

DOI: 10.51981/2588-0039.2023.46.016

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЛОБАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

В.М. Уваров

Санкт-Петербургский университет путей сообщения, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vmuvarov@mail.ru

Аннотация

Обзор результатов моделирования ионосферных электрических полей E охватывает период с 1981 года, когда была опубликована постановка краевой задачи, описывающей глобальное распределение полей с существенным учетом электродинамического взаимодействия ионосфер противоположных полушарий. На её основе были разработаны аналитические и численные модели E . Подробно описана последняя версия численной модели глобального распределения E , позволяющая учесть неоднородности подсеточного масштаба в распределении проводимости и продольных токов. Численное решение обратной задачи, когда в качестве источника используется завихренность эквивалентных токов, позволило установить область применимости моделей KRM, TIM и IZMEM, использующих некорректные граничные условия.

Введение

В статье 1981 года [1] был изложен новый подход к моделированию ионосферных электрических полей. Главной отличительной чертой этого подхода был учет электродинамического взаимодействия ионосфер противоположных полушарий. Специфика этого взаимодействия такова, что её можно учесть только в рамках описания электрических полей на всей сферической ионосферной оболочке с выделением подобластей в виде северной и южной полярных шапок. Соответствующая краевая задача оказалась весьма сложной. Поэтому первые результаты были получены аналитически, путем задания достаточно простых моделей параметров задачи. Но даже в этом случае удалось рассмотреть весьма интересный случай межполушарной асимметрии, когда в отсутствие источников в данном полушарии электрические поля тем не менее возбуждались источниками, локализованными в противоположном полушарии [2].

Разработанные позднее две численные модели, детально описанные в [3], позволили рассчитывать распределение потенциала для реальных условий. Более того, из этих двух моделей более поздняя, модифицированная версия [4], дает устойчивое численное решение даже при наличии сильных разрывов в самих проводимостях, когда терпят разрыв коэффициенты при вторых производных потенциала в эллиптических уравнениях системы [5]. Такие разрывы могут наблюдаться, например, на границах полярных сияний.

Следует отметить, что с полярными сияниями различных типов и различных пространственных масштабов связаны вполне определенные картины распределения ионосферных проводимостей и продольных токов. Характерный пространственный масштаб неоднородностей этих параметров может быть существенно меньше пространственных шагов численной глобальной модели распределения электрического потенциала. Ниже описана модификация численной модели [4], на основе которой исследуется влияние неоднородностей проводимости и продольных токов подсеточного масштаба, локализованных в некоторой ограниченной подобласти.

Постановка задачи и метод решения

Проблема учета неоднородностей подсеточного масштаба, локализованных в ограниченной подобласти, решена следующим образом. На сетке глобальной численной модели выбрана подобласть, где предполагается сгустить сетку с целью адекватного описания мелкомасштабных неоднородностей в распределении проводимостей и продольных токов. Очевидно, что если в выделенной подобласти пространственные шаги совпадают с шагами глобальной модели, то нет никакой необходимости в задании каких-либо граничных условий на границе такой подобласти. В случае измельчения шагов в подобласти очевидными граничными условиями являются условия сшивки по потенциалу и нормальной компоненте тока.

Система уравнений и граничные условия глобальной модели подробно описаны в [1, 3, 4]:

$$\operatorname{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_1 = j_{1r}'' \quad \text{для } \Omega_1 (\theta \leq \theta_1), \quad (1)$$

$$\operatorname{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_2 = j_{2r}'' \text{ для } \Omega_2 (\pi - \theta_1 \leq \theta \leq \pi), \quad (2)$$

$$\operatorname{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_3 = j_{3r}'' \text{ для } \Omega_3^N (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_3), \quad (3)$$

$$U_1(\theta_1, \varphi) = U_3(\theta_1, \varphi) = U_2(\theta_2, \varphi), \quad (4)$$

$$J_{1\theta}(\theta_1, \varphi) - J_{3\theta}(\theta_1, \varphi) = J_{2\theta}(\theta_2, \varphi), \quad (5)$$

$$J_{3\theta}(\theta_3, \varphi) = 0, \quad (6)$$

где $U_\alpha, \mathbf{J}_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, 3$) — потенциалы и токи в соответствующих областях, связанные законом Ома:

$$\mathbf{J}_\alpha = \Sigma_\alpha \cdot (-\operatorname{grad} U_\alpha), \quad (7)$$

где Σ — тензор интегральной проводимости:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{\theta\theta} & \Sigma_{\theta\varphi} \\ \Sigma_{\varphi\theta} & \Sigma_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где $\Sigma_{\theta\theta} = \Sigma_p / (\sin^2 \chi)$; $\Sigma_{\theta\varphi} = -\Sigma_{\varphi\theta} = \Sigma_H / \sin \chi$; $\Sigma_{\varphi\varphi} = \Sigma_p$; $\sin \chi = 2 \cdot \cos \theta / (1 + 3 \cos^2 \theta)^{1/2}$; χ - магнитное склонение; $\operatorname{div}_{\theta,\varphi}$ - угловая часть оператора дивергенции в сферических координатах θ, φ ; j_{ar}'' - источники в виде радиальной составляющей продольных токов; Σ_p и Σ_H зависят от θ и φ .

Уравнения (1) – (3) описывают распределение потенциала в областях северной полярной шапки, южной полярной шапки и области средних и низких широт, соответственно. Условие (4) означает отсутствие скачка потенциала поперек границы данной шапки и между границами противоположных шапок в каждой точке границ. Условие (5) следует из неразрывности общей токовой цепи и означает, что возможные разрывы нормальной компоненты горизонтальных токов на границах северной и южной шапок взаимно компенсируют друг друга за счет продольных токов перетекания на этих границах. Условие (6) – это однородное граничное условие на нормальную компоненту тока. Оно соответствует непротеканию тока через экватор и является единственно физически обоснованным [3]. Краевая задача (1) – (6) для эллиптической системы уравнений в частных производных имеет следующие специфические особенности: а) разделение сферы на три подобласти, на границе которых ставятся краевые условия нелокального характера; б) несамосопряженность; в) вырожденность краевой задачи. Под нелокальным характером граничных условий (4) и (5) понимается наличие в них потенциалов и токов, относящихся к разным полушариям. Особенность (б) обусловлена наличием в тензоре проводимости (8) ненулевой и неоднородной внедиагональной компоненты, определяемой проводимостью Холла. Особенность (в) отражает тот факт, что при отсутствии источников задача (1) – (6) имеет нетривиальное решение $U = \text{const}$.

Параметр θ_1 , определяющий размер и границы шапок, в расчетах принимался равным 27° . Экваториальная граница выбиралась несколько выше экватора, $\theta_3 = 72^\circ$, с целью избежать особенностей в тензоре проводимости (8) ($\sin \chi = 0$ при $\theta_3 = 90^\circ$).

Мелкомасштабные неоднородности в распределении параметров задачи, характерная протяженность которых порядка или менее сеточных шагов глобальной модели, могут быть учтены различными методами.

Например, для решения данной задачи можно было бы использовать единую сетку для всей сферы, но со сгущением её в области локализации мелкомасштабной неоднородности. Однако, вне этой области, покрывающая всю сферу единая сетка будет, очевидно, неравномерной, что понизит степень аппроксимации соответствующих разностных уравнений.

Ниже выбран другой метод. Выделяется содержащая мелкомасштабную неоднородность подобласть $\omega = [\theta_{\omega 1}, \theta_{\omega 2}] \times [\varphi_{\omega 1}, \varphi_{\omega 2}]$ (т.е. подобласть, локализованная в интервале коширот $\theta_{\omega 1} \leq \theta \leq \theta_{\omega 2}$ и интервале долгот $\varphi_{\omega 1} \leq \varphi \leq \varphi_{\omega 2}$), для которой используется отдельная равномерная сетка с шагами в 5-7 раз более мелкими по сравнению с исходной равномерной глобальной сеткой. Границу области ω обозначим Γ_ω . Ниже предполагается, что подобласть ω целиком находится в области Ω_1 (северная полярная шапка). Для подобласти ω решается свое уравнение для потенциала U_ω

$$\operatorname{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_\omega = j_{\omega r}'' \text{ для } \omega = [\theta_{\omega 1}, \theta_{\omega 2}] \times [\varphi_{\omega 1}, \varphi_{\omega 2}], \quad (9)$$

совпадающее по структуре с уравнениями (1) – (3). На границе Γ_ω задаются классические условия сшивки решений U_ω и U_1 по потенциалу и нормальной к границе компоненте тока $J_{\omega n}$ и J_{1n}

$$U_\omega|_{\Gamma_\omega} = U_1|_{\Gamma_\omega} \quad (10)$$

$$J_{\omega n}|_{\Gamma_\omega} = J_{1n}|_{\Gamma_\omega}. \quad (11)$$

Таким образом, краевая задача о глобальном распределении потенциала в ионосфере Земли с выделением подобласти для учета мелкомасштабных неоднородностей проводимости и продольного тока описывается

системой уравнений для потенциала (1) – (3), (9) и системой граничных условий (4) – (6), (10), (11). Впервые такая задача была сформулирована в [6].

Для решения этой задачи система сеточных уравнений строилась следующим образом. Подобласть ω выбирается таким образом, чтобы её граница проходила между узлами сетки глобальной задачи. Сетка для ω строится со сдвигом на полшага, чтобы граница областей находилась между узлами более частой сетки. После решения глобальной задачи становится возможным задать граничное условие Дирихле для «подобласти возмущений» по известным значениям потенциала U в узлах крупной сетки. Значения граничного условия для мелкой сетки получаем с помощью линейной интерполяции, после чего решается соответствующая краевая задача для подобласти ω . После этого вычисляется значение нормальной компоненты электрического тока в ω , задается граничное условие на нормальную компоненту для глобальной задачи и решается глобальная задача со скорректированными граничными условиями. В итоге получается классическая схема «Дирихле – Нейман» решения разностной задачи методом декомпозиции областей.

Результаты численных расчетов

Численное решение обсуждаемой краевой задачи изображено на рис. 1, где дано двумерное распределение потенциала (в киловольтах) в интервале геомагнитных коширот от 0 до 30 градусов для северной полярной шапки (дневной меридиан сверху).

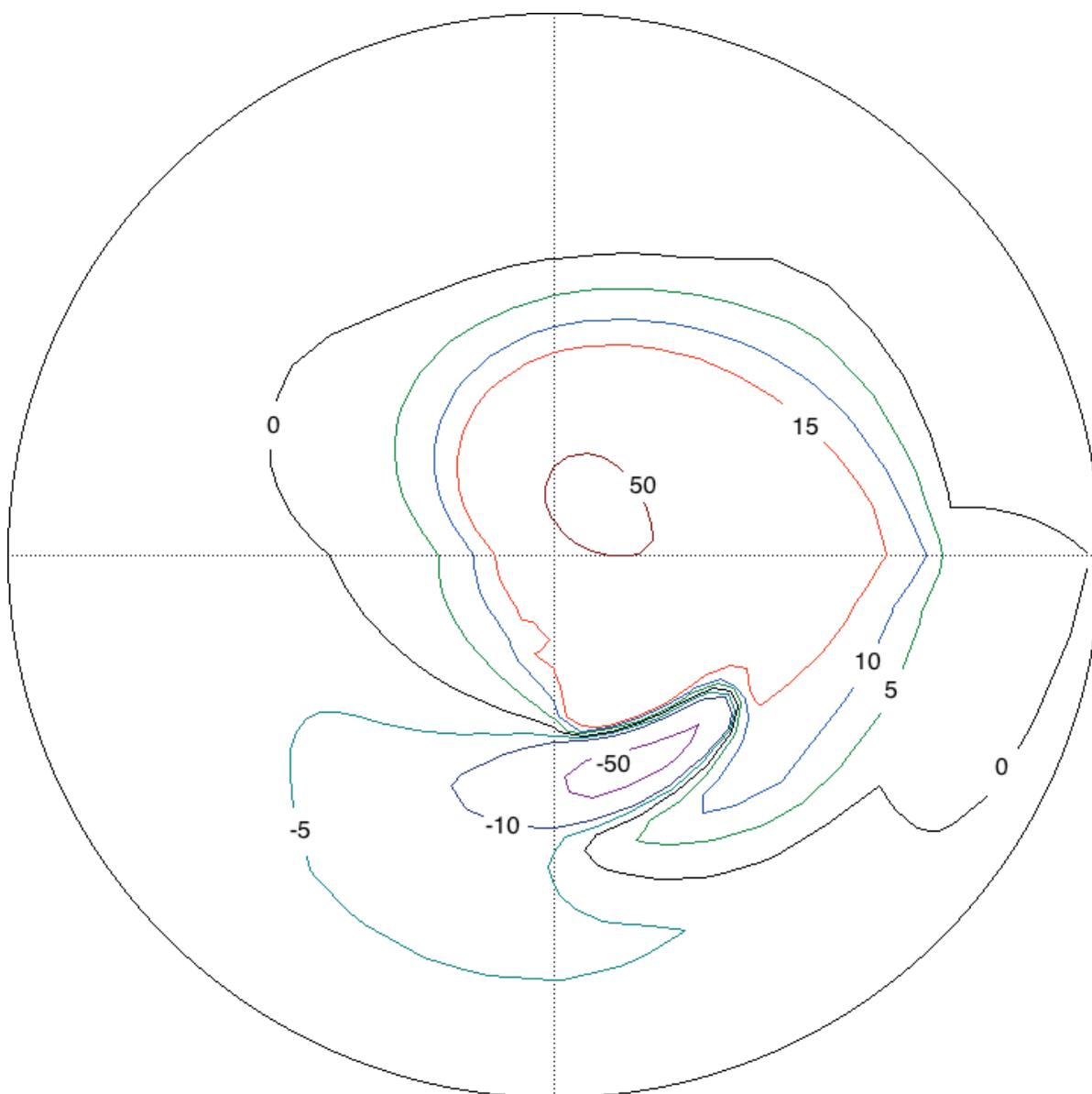


Рисунок 1. Изолинии потенциала (в киловольтах) для северной полярной шапки.

В качестве источников электрических полей выбирались продольные токи двух систем – DPY – системы и трехслойной MTS – системы [8,9]. Обе системы наблюдаются в экстремально спокойных геомагнитных условиях. Продольные токи DPY – системы локализованы между дневным каспом и геомагнитным полюсом [7]. Трехслойная MTS – система локализована вблизи ночного меридиана [8,9]. В Северном полушарии, для отрицательной азимутальной компоненты межпланетного магнитного поля (ММП), они локализованы в послеполуночные часы с вытекающим продольным током в центральном слое и с втекающими продольными токами на периферии, а для положительной азимутальной компоненты – в послеполуночные часы с обратным направлением токов во всех трех слоях. В Южном полушарии распределение MTS – продольных токов повторяет распределение в Северном полушарии, но для противоположного знака азимутальной компоненты. Расчеты проведены для случая равноденствия. Рассмотрен случай отрицательной азимутальной компоненты ММП. Вклад в интегральную проводимость прямого УФ-излучения учитывалось по модели [10], электронных высыпаний – по модели [11], рассеянного УФ-излучения и звездного света – аналогично [12]. В качестве входных параметров для моделей [10,11] выбиралась низкая геомагнитная активность и средняя солнечная активность.

На рис. 1 видно также, что эквипотенциаль 15 кВ вблизи ночного меридиана обнаруживает заметный излом. Он обусловлен выделением здесь специальной подобласти, в которой было задано усиление проводимости в небольшом круге, ассоциируемое с дополнительной ионизацией ионосферы потоком заряженных частиц в виде аврорального луча (один из типов полярных сияний). Отмеченная выше особенность в распределении потенциала более выпукло прорисовывается на рис. 2, где дана картина эквипотенциалей в выделенной подобласти коширот от 4 до 7 градусов и азимутальных углов от 130.5 до 211.5 градусов (азимутальный угол отсчитывается от дневного меридиана против часовой стрелки). По сравнению с основными шагами глобальной модели (0.5 градуса по кошироте и 4.5 градуса по долготе) коширотный и долготный шаги в выделенной подобласти быликратно уменьшены. (В ходе вычислительных экспериментов удалось достичь указанного уменьшения в 51 раз).

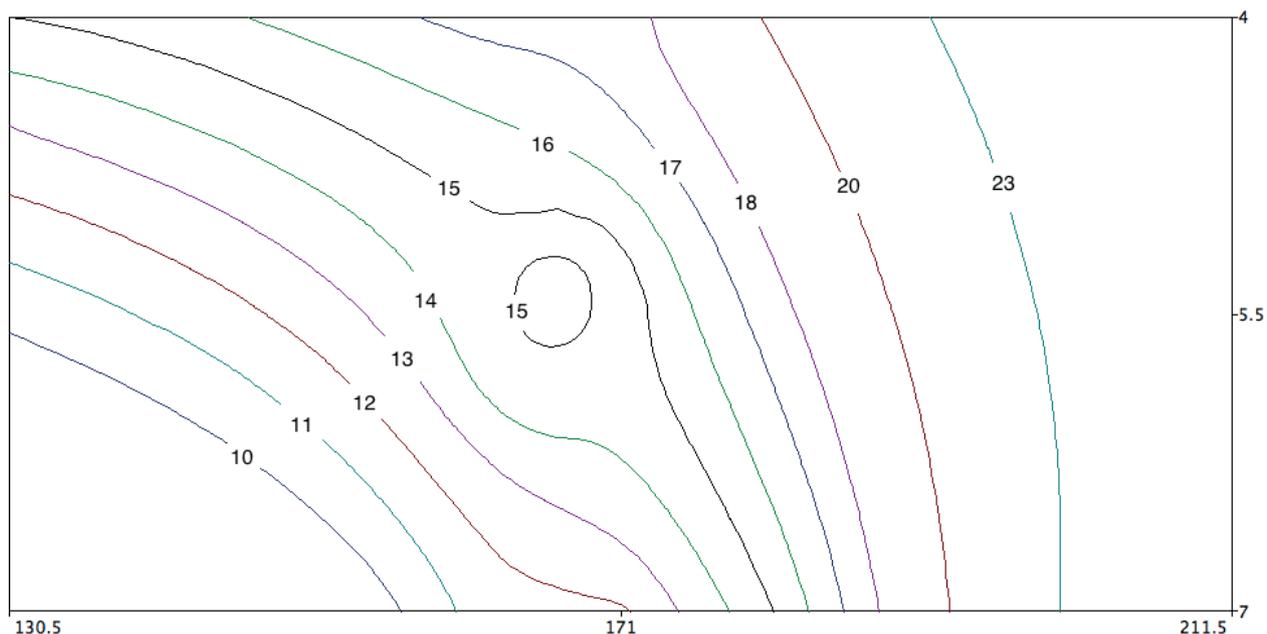


Рисунок 2. Изолинии потенциала в выделенной подобласти. Случай локального усиления проводимости.

На рис. 3 дано распределение потенциала, аналогичное рис. 2, но для случая, когда в выделенной подобласти никаких искажений фоновой проводимости не допускалось. Соответственно, никаких искажений в картине эквипотенциалей на рис. 3 нет. Это свидетельствует в пользу успешного тестирования разработанной численной модели.

Для тестирования модели особый интерес представляет случай, когда возбуждающие электрические поля продольный ток (правая часть уравнения (9)), локализован исключительно в выделенной подобласти ω .

Было выбрано модельное распределение плотности продольного тока характерное для окрестности аврорального луча с разным направлением вектора плотности тока в центре луча и на периферии. При этом выполняется естественное условие компенсации (равенство полных втекающих и вытекающих токов). Устойчивое решение было получено и в данном случае. Возбуждаемые электрические поля были

локализованы преимущественно в выделенной подобласти, не выходя за её границы, что было вполне ожидаемо для заданной структуры распределения скомпенсированных продольных токов.

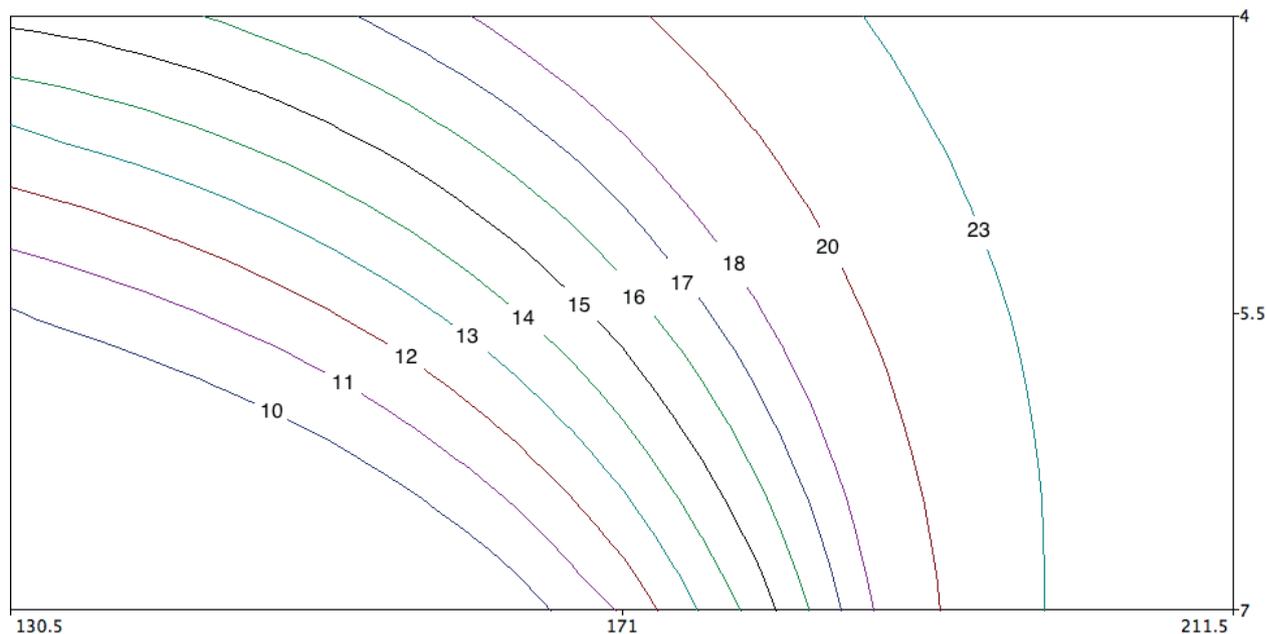


Рисунок 3. То же, что и на рис. 2, но без искажения фоновой проводимости.

Данная численная модель опубликована сравнительно недавно [13] и является развитием модели [4], в основе которой лежит постановка краевой задачи [1] о глобальном распределении электрических полей в ионосфере Земли с учетом специфики электродинамического взаимодействия токонесящих ионосферных оболочек противоположных полушарий.

Использование вариационно-разностного метода, основанного на концепции обобщенного решения, позволяет рассчитывать глобальные распределения потенциала даже для случаев очень сильных разрывов в распределении ионосферных проводимостей, адекватно воспроизводя поведение полей даже в непосредственной окрестности таких разрывов. Разрывы могут возникать, например, на границах каналов проводимости, создаваемых полярными сияниями.

Отличительной особенностью модели является возможность выделить специальную пространственную подобласть для более детального учета мелкомасштабных особенностей в распределении входных параметров модели (проводимостей и продольных токов) и адекватного воспроизведения в расчетах соответствующих особенностей в распределении электрических полей.

Своевременность разработки такой модели определяется перспективой появления экспериментальных полигонов с достаточно плотной сетью установок для измерения ионосферных параметров и электрических полей. Сопоставление результатов численного моделирования и данных измерений поможет ответить на целый ряд актуальных вопросов. Например, на вопрос о роли механизма ионосферного динамо в распределении электрических полей в окрестности различных типов полярных сияний.

Аналитическая модель

Первоначально краевая задача (1) – (6) была решена аналитически, ценой упрощения распределения проводимости и продольных токов. Входными параметрами разработанной таким образом модели [14] являются ММП и скорость солнечного ветра, определяющие размеры характерных границ картины конвекции и падение потенциала в полярной шапке. В рамках данной модели удалось воспроизвести все известные типы распределений полей вдоль утренне-вечернего меридиана. Модель предназначена для расчета траекторий конвекции плазменных трубок в модели полярной ионосферы [15], разработанной Уваровым, Барашковым и Захаровой.

Численное решение обратной задачи

С математической точки зрения существуют два способа нахождения векторного поля – по его дивергенции и по его ротору. Примером первого подхода может служить изложенная выше численная модель. Примером второго подхода может служить предложенная в [16] идея восстановления ионосферных электрических полей и токов по данным наземных магнетометров.

В дальнейшем рядом авторов были выполнены различные численные реализации этой идеи известные как модели ТИМ-2, *KRM* и *IZMEM*. Общим недостатком этих моделей является приближение ортогональности магнитного поля и использование некорректных граничных условий.

Свободной от этих недостатков является численная модель [17,18], в которой использовался вариационно-разностный метод, основанный на концепции обобщенного решения (как и в моделях [4,13]). Гибкость разработанного алгоритма модели позволила получить численное решение и при допущениях, используемых в вышеуказанных моделях, что позволило установить область применимости последних, оказавшуюся весьма узкой (диапазон коширот менее 20 градусов).

Библиографический список

1. Уваров В.М. Возможный подход к проблеме возбуждения электрических полей и токов, обусловленных *By*-компонентой ММП. // Геомагнетизм и аэрономия. – 1981. – Т. 21. – № 1. – С. 114–120.
2. Уваров В.М. О распределении электрических полей, обусловленных северной компонентой ММП при отсутствии продольных токов в зимней полярной шапке. // Геомагнетизм и аэрономия. – 1984. – Т. 24. – № 1. – С. 1025–1027.
3. Уваров В.М., Самокиш Б.А. Электрические поля в ионосфере Земли. Численные модели. С.-Петербург, ПГУПС, 2009, 63 с.
4. Кондаков А.Б., Самокиш Б.А., Уваров В.М. Модифицированная численная модель глобального распределения электрического потенциала. УТ-эффект обращения ионосферной конвекции. // Геомагнетизм и аэрономия. – 1999. – Т. 39. – № 6. – С. 50–55.
5. Кондаков А.Б. Моделирование глобального распределения электрических полей в ионосфере Земли с учетом разрывов в распределении проводимости. // Известия петербургского университета путей сообщения. – 2013. – вып. 4(37). – С. 123–128.
6. Уваров В.М., Кондаков А.Б. «Вычислительный микроскоп» для численной модели глобального распределения электрических полей в ионосфере Земли. Постановка задачи. // В кн.: Профессиональное образование, наук и инновации в XXI веке. Сборник трудов XII Санкт – Петербургского конгресса. 12 – 13 ноября 2018 года, Санкт – Петербург. С. 247–248.
7. Araki T., Yamauchi M. The interplanetary magnetic field *By*-dependent field-aligned current in the dayside polar cap under quiet conditions. // J. Geophys. Res. – 1989. – V. 94. – № A3. – P. 2684–2690.
8. Taguchi S. *By*-controlled field-aligned currents near midnight auroral oval during northward interplanetary magnetic field. // J. Geophys. Res. – 1992. – V. 97. – № A8. – P. 12231–12243.
9. Taguchi S., Sugiura M., Iemori T. et al. *By*-controlled convection and field-aligned currents near midnight auroral oval for northward interplanetary magnetic field. // J. Geophys. Res. – 1994. – V. 99. – № A4. – P. 6027–6044.
10. Robinson R.M., Vondrak R.R. Measurements of E region ionization and conductivity produced by solar illumination at high latitudes. // J. Geophys. Res. – 1984. – V. A89. – № A6. – P. 3951–3956.
11. Hardy D.A., Gussenhoven M.S., Raistrick R., McNeil W.J. Statistical and Functional representation of the pattern of auroral energy flux, number flux and conductivity. // J. Geophys. Res. – 1987. – V. A92. – № 11. – P. 12275–12294.
12. Rasmussen C.E., Shunk R.W. Ionospheric convection driven by NBZ currents. // J. Geophys. Res. – 1987. – V. A92. – № 5. – P. 4491–4504.
13. Уваров В.М. Учет неоднородностей подсеточного масштаба в рамках численной модели глобального распределения электрических полей в ионосфере Земли. // Известия ПГУПС. – 2022. – Т. 15. – Вып. 3. – С. 600–608. DOI: 10.20295/1815-588X-2022-3-600-608
14. Уваров В.М., Барашков П.Д. Типы распределения электрических полей и соответствующие им типы конвекции в полярной ионосфере. // Геомагнетизм и аэрономия. – 1989. – Т. 29. – № 4. – С. 621–628.
15. Уваров В.М., Барашков П.Д., Захарова А.П. Модель полярной ионосферы с учетом влияния межпланетной среды. 1. эффект азимутальной компоненты ММП. // Геомагнетизм и аэрономия. – 1992. – Т. 32. – № 3. – С. 70–77.
16. Матвеев М.И., Шпынев Г.Б. Определение электрических полей и продольных токов в магнитосфере по данным геомагнитных возмущений. (высокоширотная область). // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. – 1975. – Вып. 36. – С. 34–39.
17. Uvarov V.M., Kondakov A.B., Samokish B.A. Another algorithm for solving 3D current flow reconstruction problem // In: Proc. 5th International Conference on Substorms, St. Petersburg, Russia, 16-20 May 2000 (ESA SP-443, July 2000). P. 591–593.
18. Уваров В.М. Кондаков А.Б., Самокиш Б.А. Новое решение обратной задачи о распределении потенциала в ионосфере Земли. // Геомагнетизм и аэрономия. – 2001. – Т. 41. – № 4. – С. 503–509.