

DOI: 10.37614/2588-0039.2020.43.006

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В.М. Уваров, Г.Г. Хохлов, Е.С. Громова

Санкт - Петербургский государственный университет путей сообщения.

Аннотация. Ранее сформулированная двумерная краевая задача о глобальном распределении электрических полей в ионосфере Земли с учетом специфики электродинамического взаимодействия тоководущих ионосферных оболочек противоположных полушарий обобщена на трехмерный случай.

Краевая задача о глобальном распределении электрических полей в ионосфере Земли с учетом специфики электродинамического взаимодействия токонесущих ионосферных оболочек противоположных полушарий была сформулирована в [1]. В [2-5] приведены аналитические решения для ряда гелиогеофизических ситуаций, полученные ценой упрощения распределений входных параметров. Позднее, было получено численное решение, свободное от указанных упрощений (подробные ссылки и результаты численного моделирования приведены в [6]). В качестве источника электрических полей рассматривались продольные токи магнитосферного происхождения, вклад которых является преобладающим в высоких широтах, где преимущественно и проводят прямые измерения полей. В области низких и средних широт ионосферы становится заметным вклад второго источника - динамо действия нейтральных ветров.

С учетом этого вклада краевая задача о глобальном распределении электрических полей в ионосфере Земли, в рамках двумерного описания, имеет следующий вид [7].

На проводящей сфере выделены три области — северная Ω_1 и южная Ω_2 шапки с границами Γ_1 и Γ_2 на коширотах θ_1 и $\theta_2 = \pi - \theta_1$, соответственно, и вся остальная часть сферы Ω_3 . В отличие от шапок, где магнитные силовые линии разомкнуты либо настолько протяженные, что связи по потенциалу между шапками нет, в области Ω_3 замкнутые магнитные силовые линии земного диполя эффективно выравнивают электрический потенциал U в сопряженных точках противоположных полушарий благодаря высокой продольной проводимости магнитосферной плазмы. Это позволяет решать уравнение непрерывности интегрального электрического тока J не на всей области Ω_3 , а только на одной ее половине Ω_3^N (для определенности, северной), с границами Γ_1 и экваториальной границей Γ_3 на кошироте θ_3 , используя в уравнении непрерывности в качестве интегральной проводимости Σ и источника сумму интегральных проводимостей и источников в сопряженных точках обоих полушарий. С учетом этого краевая задача имеет вид:

$$\operatorname{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_1 = j_{1r}'' \text{ для } \Omega_1 (\theta \leq \theta_1), \quad (1)$$

$$\operatorname{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_2 = j_{2r}'' \text{ для } \Omega_2 (\pi - \theta_1 \leq \theta < \pi), \quad (2)$$

$$\operatorname{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_3 = j_{3r}'' \text{ для } \Omega_3^N (\theta_1 \leq \theta < \theta_3), \quad (3)$$

$$U_1(\theta_1, \varphi) = U_3(\theta_1, \varphi) = U_2(\theta_2, \varphi), \quad (4)$$

$$J_{1\theta}(\theta_1, \varphi) - J_{3\theta}(\theta_1, \varphi) = J_{2\theta}(\theta_2, \varphi), \quad (5)$$

$$J_{3\theta}(\theta_3, \varphi) = 0, \quad (6)$$

где $U_\alpha, \mathbf{J}_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, 3$) — потенциалы и токи в соответствующих областях, связанные законом Ома:

$$\mathbf{J}_\alpha = \Sigma_\alpha \cdot (-\operatorname{grad} U_\alpha) + \mathbf{J}_d. \quad (7)$$

Σ — тензор интегральной проводимости:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{\theta\theta} & \Sigma_{\theta\varphi} \\ \Sigma_{\varphi\theta} & \Sigma_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

$\Sigma_{\theta\theta} = \Sigma p / (\sin 2 \chi)$, $\Sigma_{\theta\varphi} = -\Sigma_{\varphi\theta} = \Sigma_H / \sin \chi$, $\Sigma_{\varphi\varphi} = \Sigma p$, $\sin \chi = 2 \cdot \cos \theta / (1 + 3 \cos 2\theta)^{1/2}$, χ - магнитное наклонение, $\operatorname{div}_{\theta,\varphi}$ - угловая часть оператора дивергенции в сферических координатах θ, φ и $j_{\alpha r}''$ — источники в виде радиальной составляющей продольных токов.

С учетом выражения (7), содержащего плотность интегрального динамо-тока \mathbf{J}_d , очевидно, что при решении системы эллиптических уравнений (1) – (3) относительно потенциала U_α ($\alpha = 1, 2, 3$) в них справа появятся дополнительные источники в виде $-\text{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_d$. Действительно, в развернутом виде уравнения (1) – (3) имеют вид:

$$\text{div}_{\theta,\varphi} \Sigma_\alpha (-\text{grad } U_\alpha) = j_{\alpha r} - \text{div}_{\theta,\varphi} \mathbf{J}_d \quad (\alpha = 1, 2, 3).$$

Условие (4) означает отсутствие скачка потенциала поперек границы данной шапки и между границами противоположных шапок в каждой точке границ. Условие (5) следует из неразрывности общей токовой цепи и означает, что возможные разрывы нормальной компоненты горизонтальных токов на границах северной и южной шапок взаимно компенсируют друг друга за счет продольных токов перетекания на этих границах. Условие (6) – это однородное граничное условие на нормальную компоненту тока. Оно соответствует не протеканию тока через экватор и является единственно физически обоснованным.

Краевая задача (1) – (6) описывает глобальное распределение электрических полей в ионосфере Земли с учетом специфики электродинамического взаимодействия токонесущих ионосферных оболочек противоположных полушарий при учете в качестве источника как продольных токов, так и динамо-действия нейтральных ветров. Для её численного решения следует использовать представленный в [8] вычислительный алгоритм, который разработан с использованием вариационно-разностного метода, основанного на концепции обобщенного решения, что позволяет использовать даже разрывные распределения входных параметров. Проведенное в работе [9] специальное исследование показало, что указанный алгоритм обеспечивает сходимость итерационного процесса для рассмотренных там случаев пятикратного и десятикратного скачка проводимости в каналах, имитирующих местоположения полярных сияний. При этом рассматривались как случаи симметрии, так и максимальной асимметрии между полушариями в распределении проводимости.

В силу очевидной ограниченности двумерного подхода к существенно трехмерному объекту исследования, очередным этапом в численном моделировании глобального распределения электрических полей и токов в ионосфере Земли должна стать разработка трехмерной модели. Постановка соответствующей краевой задачи может быть получена естественным обобщением описанной выше двумерной краевой задачи.

Условие стационарности растекания ионосферных токов в данном случае имеет естественный вид:

$$\text{div}_{\theta,\varphi,r} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_d) = 0, \quad (9)$$

где трехмерная плотность тока проводимости \mathbf{j} , обусловленная генерируемыми в ионосфере электростатическими полями, определяется законом Ома:

$$\mathbf{j} = \sigma (-\text{grad } U). \quad (10)$$

\mathbf{j}_d – плотность динамо-тока:

$$\mathbf{j}_d = \sigma[\mathbf{U}, \mathbf{B}]. \quad (11)$$

Здесь \mathbf{U} – скорость нейтрального ветра, \mathbf{B} – индукция магнитного поля, а σ – хорошо известный тензор проводимости ионосферной плазмы, взятый в сферической системе координат. Скорость нейтрального ветра можно задавать на основе существующих эмпирических моделей этого параметра, а компоненты тензора проводимости – рассчитывать на основе эмпирических моделей электронной концентрации.

С учетом (10), (11) уравнение (9) имеет вид:

$$\text{div}_{\theta,\varphi,r} (\sigma \cdot \text{grad } U) = \text{div}_{\theta,\varphi,r} \sigma[\mathbf{U}, \mathbf{B}]. \quad (12)$$

Уравнение (12) – это трехмерное эллиптическое уравнение для потенциала U , правая часть которого описывает вклад динамо-действия нейтральных ветров в генерацию ионосферных электрических полей и токов. Его область решения – сферический слой толщиной несколько сотен километров, аппроксимирующий проводящую ионосферную оболочку Земли:

$$r_1 \leq r \leq r_2, \quad (13)$$

где r_1 и r_2 – нижняя и верхняя границы области. Можно сказать, что эта область ограничена снизу плохо проводящей (слабо ионизованной) атмосферой и сверху – магнитосферой, плохо проводящей в направлении перпендикулярно силовым линиям магнитного поля.

Естественными и корректными граничными условиями для уравнения стационарности (12) являются условия на нормальную компоненту плотности тока.

Граничное условие на нижней границе области соответствует условию не протекания тока в непроводящую атмосферу:

$$j_r(\theta, \varphi, r_1) + j_{dr}(\theta, \varphi, r_1) = 0. \quad (14)$$

Граничное условие на верхней границе области выглядит сложнее. В области вне полярных шапок (для экваториальных, низких и более высоких широт) необходимо учесть специфику электродинамического сцепления ионосфер противоположных полушарий. Эта специфика заключается в перетекании токов между полушариями вдоль силовых линий магнитного поля, связывающих магнитосопряженные точки. Поскольку кроме динамо-действия нейтральных ветров вклад в возбуждение электрических полей дают и продольные токи магнитосферного происхождения, условие на верхней границе следует записать в виде:

$$j_r(\theta, \varphi, r_2) + j_{dr}(\theta, \varphi, r_2) + j_r(\pi - \theta, \varphi, r_2) + j_{dr}(\pi - \theta, \varphi, r_2) = j_{mr}(\theta, \varphi) \text{ при } \theta_1 \leq \theta \leq \pi - \theta_1, \quad (15.1)$$

где j_m – плотность продольных токов магнитосферного происхождения, которые практически не наблюдаются в области низких широт и наиболее выражены в высоких широтах.

В наиболее простом случае, когда вклад магнитосферных продольных токов в возбуждение ионосферных электрических полей не учитывается, из (15.1) следует, что в магнитосопряженных точках противоположных полушарий нормальные к верхней границе компоненты плотности ионосферных токов равны по модулю и противоположны по знаку. Это подразумевает бездивергентное течение продольных токов вдоль силовых линий магнитного поля из одного полушария в другое. В противоположном случае это течение будет дивергентным.

Наоборот, в области полярных шапок, где силовые линии магнитного поля разомкнуты (или очень протяженные), перетекания токов проводимости между полушариями нет и условие (15.1) упрощается. Именно, в полярных шапках нормальная к верхней границе компонента ионосферного тока определяется исключительно током магнитосферного происхождения, втекающим в ионосферу или вытекающим из неё:

$$j_r(\theta, \varphi, r_2) + j_{dr}(\theta, \varphi, r_2) = j_{mr}(\theta, \varphi), \text{ при } 0 \leq \theta \leq \theta_1 \text{ и } \pi - \theta_1 \leq \theta \leq \pi. \quad (15.2)$$

Как и в случае двумерной модели, при задании граничных условий на потенциал также необходимо учесть специфику электродинамической связи ионосфер противоположных полушарий. В области вне полярных шапок имеет место эффективное выравнивание электрического потенциала в магнитосопряженных точках, связанных силовыми линиями магнитного поля, благодаря высокой продольной проводимости магнитосферной плазмы:

$$U(\theta, \varphi, r_2) = U(\pi - \theta, \varphi, r_2), \text{ при } \pi - \theta_1 \geq \theta > \theta_1. \quad (16)$$

Наоборот, в области полярных шапок, $0 \leq \theta < \theta_1$, $\pi - \theta_1 < \theta \leq \pi$, выравнивания потенциала нет, поэтому здесь граничные условия для потенциала являются излишними.

Таким образом, в основе численной модели трехмерного глобального распределения электрических полей в ионосфере Земли лежит краевая задача, которая представляет собой трехмерное эллиптическое уравнение (12) для электрического потенциала U в сферическом слое конечной толщины (13), с краевыми условиями (14), (15) на нормальную компоненту тока и (16) на потенциал. Особенностью трехмерной задачи является несамосопряженность оператора задачи, вырожденность (решение определяется с точностью до константы) и нелокальность граничных условий, что сильно усложняет разработку соответствующего вычислительного алгоритма.

Перечисленные особенности отличали и изложенную в начале статьи двумерную краевую задачу, численное решение которой удалось получить благодаря многолетнему сотрудничеству с Б.А. Самокишем, известным специалистом в области вычислительной математики. Но даже в этом случае на создание первого варианта численной модели ушло пять лет, с 1989 по 1994 год. В 2000 году была опубликована модифицированная модель [8], вычислительный алгоритм которой был разработан с использованием вариационно-разностного метода, основанного на концепции обобщенного решения. Это позволило использовать в расчетах даже разрывные распределения проводимостей ионосферы.

После первой публикации результатов численного моделирования глобального распределения ионосферных электрических полей с учетом специфики электродинамической связи ионосфер противоположных полушарий прошло уже более четверти века, а с момента опубликования постановки задачи – более сорока лет. Однако, аналогичных моделей ионосферных электрических полей других авторов до сих пор так и не появилось, несмотря на растущую потребность в их использовании при создании глобальных моделей среды (атмосферы, ионосферы, протоносферы). Возникла своеобразная ситуация затишья – продолжение работы в этом направлении на основе старых подходов, неактуально, а построение корректной современной модели отложено или затягивается, что обусловлено, очевидно, затруднениями в преодолении вычислительных проблем.

Что касается перспективы решения изложенной трехмерной краевой задачи и построения соответствующей численной модели глобального распределения электрических полей в ионосфере Земли, то в современных реалиях она выглядит весьма туманной. Действительно, когда научная работа оценивается с помощью наукометрических коэффициентов, а сама возможность проводить научные исследования зависит от выполнения условий так называемого эффективного договора с указанным числом ежегодных

публикаций (да ещё и в определенных изданиях) представляется маловероятным появление энтузиаста, способного приступить к решению действительно актуальной, но сложной, проблемы.

Литература

1. *Уваров В.М.* Возможный подход к проблеме возбуждения электрических полей и токов, обусловленных Ву-компонентой ММП // Геомагнетизм и аэрономия. 1981. Т. 21. № 1. С. 114–120.
2. *Уваров В.М.* Модель распределения электрического поля в ионосфере, обусловленного азимутальной компонентой межпланетного магнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. 1982. Т. 22. № 2. С. 216–219.
3. *Уваров В.М.* Расчет электрических полей, обусловленных азимутальной компонентой межпланетного магнитного поля, для условий солнцестояния // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23. № 4. С. 636–639.
4. *Уваров В.М.* Возбуждение электрических полей продольными токами, обусловленными северной компонентой межпланетного магнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. 1984. Т. 24. № 5. С. 840–842.
5. *Уваров В.М.* О распределении электрических полей, обусловленных северной компонентой межпланетного магнитного поля при отсутствии продольных токов в зимней полярной шапке // Геомагнетизм и аэрономия. 1984. Т. 24. № 6. С. 1025–1027.
6. *Уваров В.М., Самокиш Б.А.* Электрические поля в ионосфере Земли. Численные модели. Монография. СПб. ПГУПС. 2009. С. 62.
7. *Уваров В.М.* Краевая задача о глобальном распределении электрических полей в ионосфере Земли с учетом динамо-действия нейтральных ветров. В кн.: Профессиональное образование, наука и инновации в XXI веке. Сборник трудов XI Санкт-Петербургского конгресса. 23 – 24 ноября 2017 года, Санкт-Петербург. С. 270–271.
8. *Кондаков А.Б., Самокиш Б.А., Уваров В.М.* Модифицированная численная модель глобального распределения электрического потенциала в ионосфере Земли. UT-эффект обращения ионосферной конвекции. // Геомагнетизм и аэрономия. 2000. Т. 40. №3. С. 100–110.
9. *Кондаков А.Б.* Моделирование глобального распределения электрических полей в ионосфере Земли с учетом разрывов в распределении проводимости. В кн.: Известия Петербургского университета путей сообщения. 2013. Вып. 4 (37). С. 123–128.