

СТРУКТУРЫ ДИСПЕРСИОННЫХ АЛЬВЕНОВСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

М.А. Волков

Мурманский государственный технический университет, г. Мурманск, Россия,
e-mail: volkovma@mstu.edu.ru

Аннотация

Изучены особенности распространения «косых» или дисперсионных альвеновских волн в неоднородной холодной плазме. Рассматривается плазма неоднородная поперек магнитных силовых линий в направлении север-юг и однородная в долготном направлении. Исследованы области прозрачности для этих волн в различных частотных диапазонах. Оценены масштабы поперечных структур «косых» альвеновских волн на уровне ионосферы.

1. Введение

В работе получено решение для дисперсионной альвеновской волны в неоднородной магнитосферной холодной плазме. Эти волны играют важную роль в механизме формирования авроральных структур [Волков, 2016, Chaston et al., 1999, Lysak and Song, 2003]. Дисперсионная альвеновская волна имеет компоненту электрического поля, направленную вдоль магнитного поля Земли, и поперечную компоненту электрического поля. Продольная компонента электрического поля может ускорять магнитосферные электроны, которые затем высыпаются в ионосферу. Такие волны вызывают ускорение электронов в достаточно широком диапазоне энергий, которое наблюдается над некоторыми авроральными структурами [Johnstone and Winningham, 1982; McFadden et al., 1999]. Ускорение электронов происходит на высотах нескольких радиусов Земли, где концентрация магнитосферных частиц резко падает. Такое резкое уменьшение концентрации наблюдается над авроральным овалом в вечерние и полуночные часы. Данная область в магнитосфере называется авроральной полостью [Calvert, 1981; Delory et al., 1998; Ergun et al., 1998]. Концентрация плазмы в этой области изменяется не только с высотой, но и с широтой, поперек авроральной области. В работе рассматривается только поперечная магнитному полю неоднородность магнитосферной плазмы.

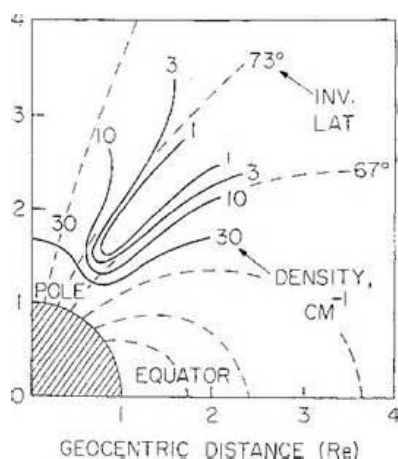


Рисунок 1. Авроральная полость. Density-концентрация электронов в cm^{-3} , LAT-магнитная широта, DISTANCE- расстояние от центра Земли в радиусах Земли R_E .

2. Описание ионосферы и магнитосферы

Ионосферу будем считать тонким (в сравнении с продольной длиной «инерционной» волны) идеально проводящим слоем. Используем прямоугольную систему координат, ось y направим на запад ось x к югу, ось z - вниз, вдоль магнитного поля (Северное полушарие). Будем рассматривать двумерные возмущения, зависящие от x и z , т.е. $\partial/\partial y=0$. Граничное условие для волны в ионосфере: для магнитного поля коэффициент отражения $R=1$. Магнитосферная плазма состоит только из холодных ионов и электронов. Электроны переносят ток вдоль магнитных силовых линий. Возмущением концентрации плазмы пренебрегаем. Считаем, что концентрация магнитосферной плазмы однородна по высоте и меняется только поперек магнитного поля в направлении x . Продольное электрическое поле E_z определяется из уравнения движения электронов вдоль магнитного поля, полагая магнитный момент электронов равным нулю:

$$m_e \partial v / \partial t = -e E_z \quad (1)$$

где e - заряд электрона, m_e - масса электрона, v -возмущение скорости электронов. Уравнение (1) лучше переписать в другой форме:

$$m_e \partial(j_z/n(x))/\partial t = e^2 E_z, \quad (2)$$

где j_z -плотность продольного тока, $n(x)$ - концентрация магнитосферной плазмы. Единственной поперечной компонентой возмущенного электрического поля является E_x , магнитного – H_y . Холодные ионы переносят ток поляризации поперек магнитного поля. Из уравнения движения для холодной плазмы в магнитном поле получаем выражение для поляризационного тока в альвеновской волне:

$$j_x = 1/(\mu_0 v_a^2) \partial E_x / \partial t, \quad (3)$$

где μ_0 - магнитная проницаемость вакуума, $v_a^2 = \rho \mu_0 / B^2$ – квадрат альвеновской скорости, $\rho(x)$ – плотность плазмы, B – индукция магнитного поля в магнитосфере. В случае конвекции магнитосферно-ионосферной плазмы со скоростью v_0 в направлении x следует брать полную производную в выражении (3), $j_x = 1/(\mu_0 v_a^2) dE_x/dt$, где $dE_x/dt = \partial E_x/\partial t + v_0 \partial E_x/\partial x$. В дальнейшем не будем учитывать конвекцию плазмы, а в конечном решении укажем границы применимости этого приближения.

Из уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} -\partial E_z/\partial x + \partial E_x/\partial z &= -\mu_0 \partial H_y/\partial t, & \partial H_y/\partial z &= -j_x, \\ \partial H_y/\partial x &= j_z, \end{aligned} \quad (4)$$

и уравнения непрерывности для тока $\partial j_z/\partial z = -\partial j_x/\partial x$ и (1-3) получим уравнение для H_y :

$$\partial H_y / \partial t^2 = \partial(v_a^2 \partial H_y / \partial z) / \partial z + \partial(m_e / (e^2 \mu_0 n(x)) \partial(\partial^2 H_y / \partial t^2) / \partial x) \partial x, \quad (5)$$

Магнитные силовые линии считаем прямыми, направленными вдоль оси z от одной ионосферы к другой. Полуширина авроральной полости на уровне ионосферы $L_A = 100$ км.

3. Решение волнового уравнения

Будем рассматривать периодические по времени решения. В этом случае $\partial/\partial t$ заменяем на $i\omega$. Далее используем метод разделения переменных $H_y = X(x)Z(z)$. В результате получаются два дифференциальных уравнения с одной переменной:

$$\partial^2 Z / \partial z^2 + k_z^2 Z = 0, \quad (6)$$

$$\partial(\omega^2 / \omega_p^2 \partial X / \partial x) / \partial x + ((v_a^2 k_z^2 - \omega^2) / c^2) X = 0, \quad (7)$$

где $\omega_p^2 = e^2 n(x) / \epsilon_0 m_e$ - плазменная частота, c – скорость света, k_z – некоторая константа, которую можно рассматривать как продольное волновое число. Решение первого уравнения имеет вид:

$$Z = C_1 \exp(ik_z z) + C_2 \exp(-ik_z z), \quad (8)$$

где $C_{1,2}$ -некоторые константы, определяемые из граничных условий.

Если длину магнитных силовых линий от ионосферы в северном полушарии до ионосферы в южном полушарии обозначить за L и поскольку ионосфера идеальный проводник, тогда $k_z = \pi p / L$, и $Z \sim \cos(\pi z p / L)$, где $p = 1, 2, \dots$

4. Поперечная структура косой альвеновской волны

Зададим модель поперечной структуры авроральной полости, вдоль оси x : $n(x) = n_0(1 + x^2/L_A^2)$.

Введем безразмерную переменную $\chi = \omega_p x / c = x/\lambda_e$, где $\omega_p^2 = e^2 n_0 / \epsilon_0 m_e$, c - скорость света. Уравнение (7) переписывается в следующем виде:

$$\partial^2 X / \partial \chi^2 - (2/(1 + \chi^2 \lambda_e^2 / L_A^2)) (\lambda_e / L_A)^2 \chi \partial X / \partial \chi + (\lambda_e^2 \omega_i \omega_e k_z^2 / \omega^2 - 1 - \chi^2 (\lambda_e / L_A)^2) X = 0, \quad (9)$$

где $\omega_{i,e} = eB/m_{i,e}$, - гирочастота протонов и электронов соответственно, m_i – масса иона.

Решение уравнения (9) будем искать в приближении $\chi^2 \lambda_e^2 / L_A^2 \ll 1$, когда поперечные масштабы волн много меньше поперечного масштаба полости, в этом приближении знаменатель во втором слагаемом в левой части (9) можно положить равным единице. Введем следующие обозначения:

$$\alpha^2 = (\lambda_e / L_A)^2, \quad \Lambda = \lambda_e^2 \omega_i \omega_e k_z^2 / \omega^2 - 1,$$

тогда уравнение (9) принимает вид:

$$\partial^2 X / \partial \chi^2 - 2\alpha^2 \chi \partial X / \partial \chi + (\Lambda - \alpha^2 \chi^2) X = 0 \quad (10)$$

Решение этого уравнения ищем в виде:

$$X = u(\chi) \exp(\omega(\chi)),$$

после подстановки в (10) получим:

$$u'' + 2(\omega' - \alpha^2 \chi) u' + (\omega'' + (\omega')^2 - 2\alpha^2 \omega' \chi - \alpha^2 \chi^2 + \Lambda) u = 0, \quad (11)$$

положим $\omega = \gamma \chi^2 / 2$,

$$u'' + 2(\gamma - \alpha^2) \chi u' + (\gamma^2 - 2\alpha^2 - \alpha^2) \chi^2 + \Lambda) u = 0, \quad (12)$$

γ выбираем из условия $\gamma^2 - 2\alpha^2 - \alpha^2 = 0$. Из условия убывания функции X при больших значениях χ оставляем решение $\gamma = \alpha^2 - (\alpha^4 + \alpha^2)^{1/2}$, в приближении $\alpha^2 \ll 1$, $\gamma \approx -\alpha$.

Перейдем к новой переменной $\xi = (\alpha)^{1/2} \chi$, тогда уравнение (12) примет вид:

$$u'' - 2\xi u' + (\Lambda/\alpha - 1)u = 0, \tag{13}$$

решением этого уравнения являются функции Эрмита $H_n(\xi)$,

$$\text{где } 2n = \Lambda/\alpha - 1 = (\lambda_e^2 \omega_i \omega_e k_z^2 / \omega^2 - 1) / (\lambda_e / L_A) - 1 \tag{14}$$

Решение уравнения (9) в окончательном виде имеет следующий вид:

$$X(x) = C \exp(-0.5(x/(L_A \lambda_e)^{1/2})^2) H_n(x/(L_A \lambda_e)^{1/2}), \tag{15}$$

где C – константа.

Для H_y :

$$H_y = (H_{y0}/H_{n\max}) \exp(-0.5(x/(L_A \lambda_e)^{1/2})^2) H_n(x/(L_A \lambda_e)^{1/2}) \cos(\pi z p / L) \tag{16}$$

Как видно из выражения (16) характерный масштаб изменения поля волны вдоль координаты x определяется величиной $(L_A \lambda_e)^{1/2}$.

Сделаем оценки значения n .

Примем концентрацию в центре полости $n_0 = 10^6 \text{ 1/м}^3$, $L = 20R_E$, $p = 2$, расстояние от ионосферы до авроральной полости в магнитосфере $3R_E$, получим следующие значения величин:

$$\begin{aligned} \lambda_e &= 1 \text{ км на ионосферном уровне,} \\ (L_A \lambda_e)^{1/2} &= 10 \text{ км на ионосферном уровне,} \\ n &= 25(4/\omega^2 - 1). \end{aligned}$$

На рис. 2,3 показаны зависимости $H_y(\xi)$ и $j_z(\xi) = (L_A \lambda_e)^{-1/2} \partial H_y / \partial \xi$ при $z=0$ и значениях $n=3$ и $n=30$. Для этих значений n периоды колебаний T равны соответственно 3 с и 5 с.

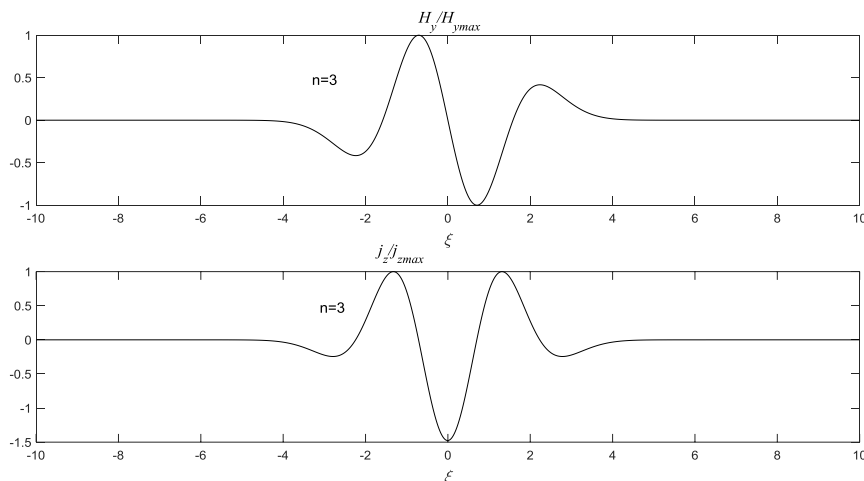


Рисунок 2. Распределение магнитного поля и продольного тока поперек авроральной полости при $n=3$, $\xi = x/(L_A \lambda_e)^{1/2}$, $(L_A \lambda_e)^{1/2} = 10$ км.

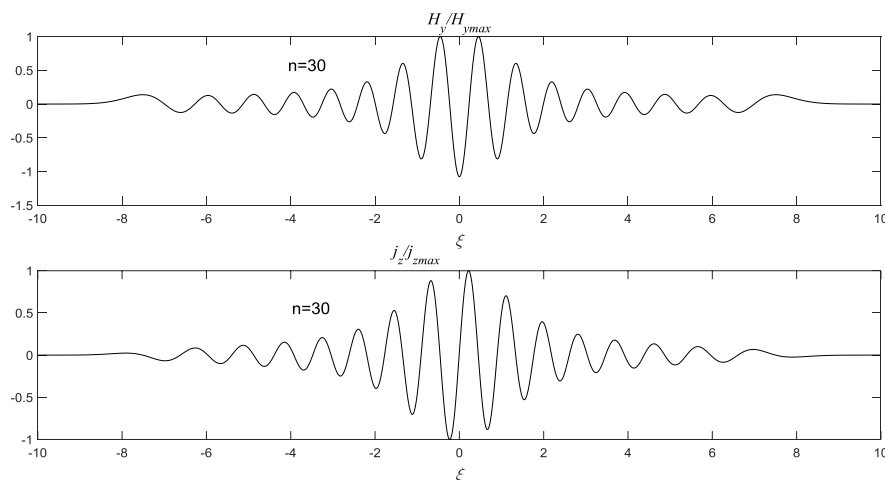


Рисунок 3. Распределение магнитного поля и продольного тока поперек авроральной полости при $n=30$, $\xi = x/(L_A \lambda_e)^{1/2}$, $(L_A \lambda_e)^{1/2} = 10$ км.

Как можно видеть из графиков поперечный масштаб структур вдоль оси x зависит не только от параметра $(L_A \lambda_e)^{1/2}$, в рассматриваемом случае 10 км, но и от значения n , с ростом n поперечный масштаб отдельных структур уменьшается. Для $n=3$ мы имеем дело практически с единичной структурой с масштабом 20 км, при $n=30$ появляется группа структур на масштабах ~ 6 км.

Рассмотрим применимость нашего приближения, т.е. насколько обоснованным является пренебрежение конвекцией. Полученное решение корректно только для высокочастотного случая, когда $v_0 T \ll L_x$, где L_x – поперечный масштаб наших структур. Зададим $v_0=1$ км/с, для $n=3$, $v_0 T=3$ км $\ll 20$ км, для $n=30$, $v_0 T=5$ км, что уже сопоставимо с поперечным масштабом $L_x=6$ км. Таким образом, в низкочастотном приближении, когда $T > 20$ с, необходимо учитывать конвекцию магнитосферно-ионосферной плазмы.

5. Выводы

Для высокочастотного приближения $T < 20$ с получено решение уравнения, описывающего распространение косых альвеновских волн в неоднородной (перпендикулярно магнитному полю) магнитосферной плазме, в области авроральной полости. Рассмотрена неоднородность только в одном направлении, в долготном, т.е. электромагнитные структуры вытянуты вдоль широты. Решение выражается через функции Эрмита H_n , где n – целое число. Два магнитосферных параметра определяют поперечный масштаб структур L_x – концентрация магнитосферной плазмы или λ_e и полуширина авроральной полости L_A , $L_x = (L_A \lambda_e)^{1/2}$. Поперечный размер отдельных структур зависит также от числа n , с ростом n поперечный масштаб уменьшается. Полученное решение может быть использовано для описания ряда авроральных явлений, так в работе [Сафаргалеев и др., 2000] приведены наблюдения пульсирующих структур с периодом ~ 10 с, состоящих из нескольких авроральных узких полос.

Литература

- Волков М.А. Авроральная турбулентность ионосферной конвекции. Вестник МГТУ, Т. 19, № 1/2, 2016, С. 222-226.
- Сафаргалеев В.В., Осипенко С.В., Васильев А.Н. Пространственно-периодические дугообразные формы в области пульсирующих сияний. Геомагнетизм и аэронавигация, 2000, т.40, №6, с.38-45.
- Calvert, W., The auroral plasma cavity, Geophys. Res. Lett., 8, 919–921, 1981.
- Delory, G. T., et al., FAST observations of electron distributions within AKR source regions, Geophys. Res. Lett., 25, 2069–2072, 1998.
- Chaston, C.C., C.W. Carlson, W.J. Peria, R.E. Ergun, and J.P. McFadden (1999), FAST observations of inertial Alfvén waves in the dayside aurora, Geophys. Res. Lett., 26, 647–650, doi:10.1029/1998GL900246.
- Ergun, R.E., et al., FAST satellite wave observations in the AKR source region, Geophys. Res. Lett., 25, 2061–2064, 1998.
- Johnstone, A.D., and J.D. Winningham (1982), Satellite observations of suprathermal electron bursts, J. Geophys. Res., 87, 2321–2329.
- Lysak, R.L., and Y. Song (2003a), Kinetic theory of the Alfvén wave acceleration of auroral electrons, J. Geophys. Res., 108(A4), 8005, doi:10.1029/2002JA009406. doi:10.1029/JA087iA04p02321.
- McFadden, J.P., C.W. Carlson, and R. E. Ergun (1999), Microstructure of the auroral acceleration region as observed by FAST, J. Geophys. Res., 104, 14,453–14,480, doi:10.1029/1998JA900167.