

## ГЕНЕРАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ УБЫВАЮЩЕГО ПЕРИОДА ОБЛАКОМ ДРЕЙФУЮЩИХ ПРОТОНОВ С НЕМОНОТОННЫМ ПИТЧ-УГЛОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

А.А. Любич (Полярный геофизический институт, Апатиты, Россия)

**Аннотация.** С целью изучения механизма генерации геомагнитных колебаний убывающего периода (КУП) проведены расчеты инкремента циклотронных волн, возбуждаемых при контакте дрейфующих в долготном направлении энергичных протонов, инжектированных во время суббури, с холодной плазмосферной плазмой. Основное внимание уделено исследованию зависимости характеристик геомагнитных пульсаций КУП (длительность, наклон, частотный диапазон пульсаций) от свойств питч-углового распределения фоновых и дрейфующих энергичных частиц. Питч-угловое распределение моделируется полиномами Лежандра разных степеней, что позволяет исследовать зависимость инкремента от величины и положения градиента на функции распределения. Определены условия, при которых возможна генерация КУП на частотах выше экваториальной гирочастоты гелия.

### Введение

Генерация геомагнитных колебаний убывающего периода (КУП) облаком дрейфующих в долготном направлении энергичных протонов, инжектированных во время суббури, в случае, когда инжектированные и фоновые энергичные протоны имеют питч-угловое распределение вида

$$j_p(E, \alpha) = K(E) \cdot \sin^{2Q} \alpha \quad (1)$$

было подробно рассмотрено ранее (Любич, 2012). Здесь  $j_p$  – дифференциальный поток энергичных протонов,  $\alpha$  – питч-угол,  $E$  – энергия,  $K(E)$  – функция, описывающая энергетический спектр частиц, движущихся поперек магнитного поля,  $Q$  – параметр анизотропии, вообще говоря, разный для фоновых и инжектированных энергичных частиц. Отсылаем читателей к работе Любич [2012] за деталями используемого метода моделирования. Здесь же кратко напомним, что рассматривается плазма, состоящая из энергичных протонов и двух сортов холодных ионов (протоны и ионы  $He^+$ ). Для расчета локального инкремента УНЧ волн используется модель генерации Kennel and Petschek [1966], обобщенная на случай двуионной холодной плазмы. Для удобства расчетов совершен переход от функции распределения энергичных частиц к их дифференциальным потокам, то есть, к величинам, непосредственно измеряемым на спутниках, по методу, предложенному Cornilleau-Wehrlin et al. [1985]. В итоге получаем:

$$\gamma(\omega_p^*) / \Omega_p = \pi \cdot \eta_p \cdot \left( A_p - \frac{\omega_p^*}{1 - \omega_p^*} \right) / \left\{ \omega_p^* \cdot \left[ (1 - \alpha_p) \cdot \frac{0.5 - \omega_p^*}{(0.25 - \omega_p^*)^2} + \alpha_p \cdot \frac{2 - \omega_p^*}{(1 - \omega_p^*)^2} \right] \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $\gamma$  – локальный инкремент неустойчивости,  $\Omega_p$  – протонная гирочастота,  $\eta_p$  – доля резонансных энергичных протонов,  $A_p$  – их питч-угловая анизотропия,  $\omega_p^* = \omega / \Omega_p$  – нормированная частота УНЧ волн,  $\alpha_p$  – доля протонов в холодной фоновой плазме (доля холодных ионов гелия, соответственно, равна  $1 - \alpha_p$ ).

Ключевыми параметрами для генерации является доля резонансных энергичных протонов

$$\eta_p \equiv \eta_p(E_{Rp}) = \frac{1}{N_e} \cdot \pi \cdot \sqrt{8 \cdot M_p \cdot E_{Rp}} \cdot \int_0^{\pi/2} \text{tg } \alpha \cdot j_p(\alpha, E) \cdot d\alpha \Big|_{E=E_{Rp}} \quad (3)$$

и их анизотропия

$$A_p \equiv A_p(E_{Rp}) = \int_0^{\pi/2} \text{tg}^2 \alpha \cdot \frac{\partial j_p(\alpha, E)}{\partial \alpha} \cdot d\alpha \Big/ \int_0^{\pi/2} 2 \cdot \text{tg } \alpha \cdot j_p(\alpha, E) \cdot d\alpha \Big|_{E=E_{Rp}}. \quad (4)$$

Здесь  $N_e$  – электронная плотность (холодная плазма предполагается электрически нейтральной),  $M_p$  – протонная масса,  $E_{Rp}$  – энергия резонансных протонов.

Концентрация холодной плазмы зависит от радиального расстояния и долготы и определяется из комбинации двух эмпирических моделей Sheeley et al. [2001] для концентрации внутри плазмосферы и вне ее при дополнительном учете эмпирического распределения «оторвавшихся» трубок повышенной концентрации вне плазмосферы (Moldwin et al., 2004). За деталями модели следует обращаться к работе (Любич, 2012).

Энергичные протоны состоят из двух популяций. Первая состоит из фоновых энергичных протонов, существующих в магнитосфере в спокойных условиях и ответственных за генерацию пульсаций Pc1. Для них функция  $K(E)$  в (1), определяющая фоновые потоки энергичных протонов поперек магнитного поля, с питч-углом  $90^\circ$ , задается эмпирической моделью Milillo et al. [2001]. Вторая популяция состоит из

энергичных протонов, инжектированных в полуночном секторе магнитосферы и дрейфующих в геомагнитном поле в вечернем направлении. Используемая модель инжекции подробно описана в работе Любчик [2012]. В этой работе мы откажемся от простой модели питч-углового распределения (1), заменив ее на более сложную. Цель работы - исследовать зависимость инкремента от величины и положения градиента на функции распределения.

### Модель питч-углового распределения энергичных протонов

Питч-угловое распределение (1), когда поток пропорционален  $\sin^{2Q} \alpha$ , обладает очевидным преимуществом. Это преимущество - простота расчетов локального инкремента для фоновой энергичной плазмы, так как для нее анизотропия  $A_p$  в (4) просто равна  $Q$  и не зависит от формы энергетического спектра  $K(E)$ . Однако, в нестационарном случае, при наличии дрейфующих в долготном направлении инжектированных частиц, указанное преимущество исчезает. Из-за зависимости скорости долготного дрейфа от питч-угла (например, *Hamlin et al., 1961*) форма питч-углового распределения будет непрерывно меняться в процессе дрейфа, и, как следствие, будет меняться параметр анизотропии  $A_p$ . И уже не будет выполняться простое равенство  $A_p = Q$  и для вычисления анизотропии надо будет проводить численные расчёты по формуле (4).

У простого питч-углового распределения (1) есть и недостатки. Во-первых, существует математическое ограничение  $Q \geq 0$ , то есть, для обеих популяций энергичных протонов поток может только монотонно спадать с уменьшением питч-угла  $\alpha$ . Это является следствием очевидного физического ограничения - поток  $j$  должен оставаться конечным (нельзя делить на ноль!). Во-вторых, если в холодной плазме есть ионы гелия в значимом количестве, то возникают сложности с объяснением иногда наблюдаемой в эксперименте генерации УНЧ волн на частотах выше экваториальной гирочастоты гелия. Такая генерация теоретически возможна только на больших L-оболочках при высоком параметре анизотропии  $Q$  энергичных протонов (по крайней мере  $\geq 2$ , но чем больше, тем лучше) и низкой концентрации холодных частиц ( $\sim 5 \text{ cm}^{-3}$ ). При  $Q = 2$ , например, потоки при  $\alpha = 30^\circ$  должны быть уже в 16 раз меньше, чем потоки поперек поля.

Для анализа генерации УНЧ волн при немонотонном питч-угловом распределении энергичных протонов предположим, что это распределение описывается полиномом Лежандра четной степени, когда потоки по и против магнитного поля одинаковы. Как все знают, первые пять четных полиномов имеют вид:

$$C_2 = \frac{3}{2} \cdot \cos^2 \alpha - \frac{1}{2};$$

$$C_4 = \frac{35}{8} \cdot \cos^4 \alpha - \frac{15}{4} \cdot \cos^2 \alpha + \frac{3}{8};$$

$$C_6 = \frac{231}{16} \cdot \cos^6 \alpha - \frac{315}{16} \cdot \cos^4 \alpha + \frac{105}{16} \cdot \cos^2 \alpha - \frac{5}{16};$$

$$C_8 = \frac{6435}{128} \cdot \cos^8 \alpha - \frac{12012}{128} \cdot \cos^6 \alpha + \frac{6930}{128} \cdot \cos^4 \alpha - \frac{1260}{128} \cdot \cos^2 \alpha + \frac{35}{128};$$

$$C_{10} = \frac{46189}{256} \cdot \cos^{10} \alpha - \frac{109395}{256} \cdot \cos^8 \alpha + \frac{90090}{256} \cdot \cos^6 \alpha - \frac{30030}{256} \cdot \cos^4 \alpha + \frac{3465}{256} \cdot \cos^2 \alpha - \frac{63}{256}.$$

Предполагаем теперь, что, вместо (1), потоки энергичных протонов подчиняются закону

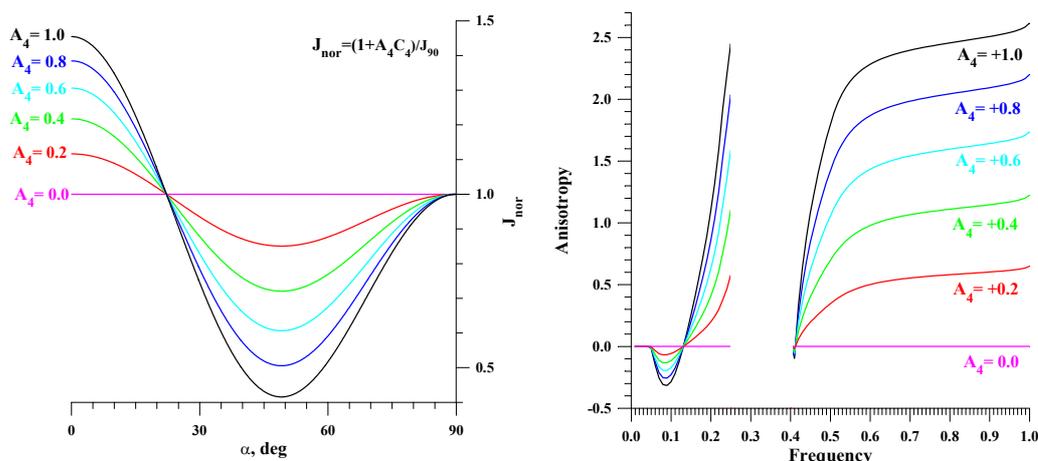
$$j_p(E, \alpha) = K(E) \cdot (1 + A_n \cdot C_n). \quad (5)$$

Коэффициент  $A_n$  может иметь любой знак, единственное физическое ограничение – потоки  $j_p > 0$  на всех питч-углах. Функция  $K(E)$  здесь остается такой же, как в работе Любчик [2012]. На Рис. 1 приведен пример питч-углового распределения и соответствующей ей анизотропии  $A_p$ , рассчитанной по (4).

Как видно, для положительных значений коэффициента  $A_4$ , когда потоки имеют максимумы по полю и поперек, а минимум на питч-углах около  $50^\circ$ , анизотропия оказывается большой на высоких частотах, выше запрещенной частотной области, которая всегда существует в двуионной плазме. При этом, например, для  $A_4 = 0.8$  потоки в минимуме всего в два раза ниже потоков поперек поля. И, вообще, высокая анизотропия на частотах выше гирочастоты гелия в используемой модели объясняется положительным градиентом вблизи поперечных питч-углов. Чем градиент больше (в нашем случае – чем выше степень полинома  $n$  или чем больше коэффициент  $A_n$ ), тем выше анизотропия. Поведение потоков на малых питч-углах не имеет особого значения.

Питч-угловое распределения (5) при больших значениях  $n$ , когда на функции распределения есть несколько максимумов и минимумов, может, в принципе, наблюдаться в случае импульсного суббуревого

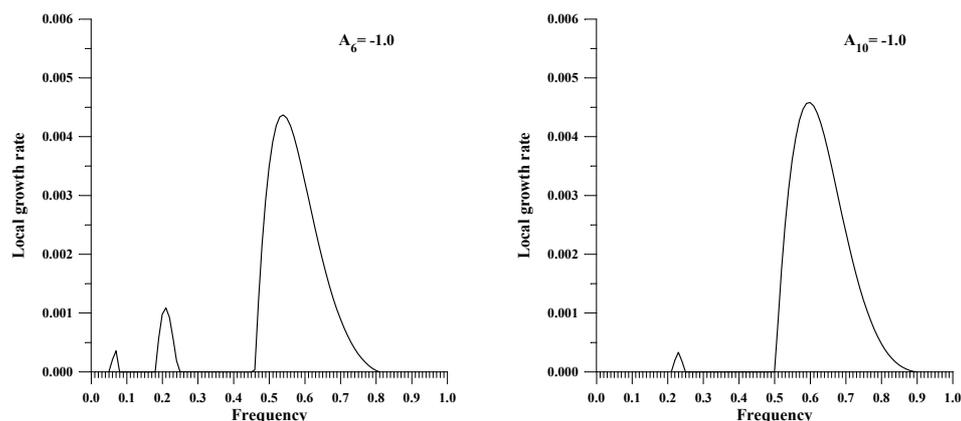
источника. Однако, в нашей работе распределение (5) является идеализацией, призванной смоделировать резкий градиент на функции распределения в разных диапазонах питч-углов.



**Рис. 1** Питч-угловая зависимость потоков, нормированных на  $K(E)$  (слева) и соответствующая им анизотропия  $A_p$  (справа). Расчеты проведены для полинома степени 4 при разных положительных значениях коэффициента  $A_4$ .

### Инкремент для пульсаций типа Pc1

Прежде всего, рассмотрим стационарный случай, когда нет суббуревой инжекции, а потоки фоновых энергичных протонов являются немонотонными по питч-углам. Для распределений (5) по формулам (2)-(4) рассчитаем локальный инкремент УНЧ волн на геомагнитном экваторе. На Рис. 2 показаны примеры расчетов.



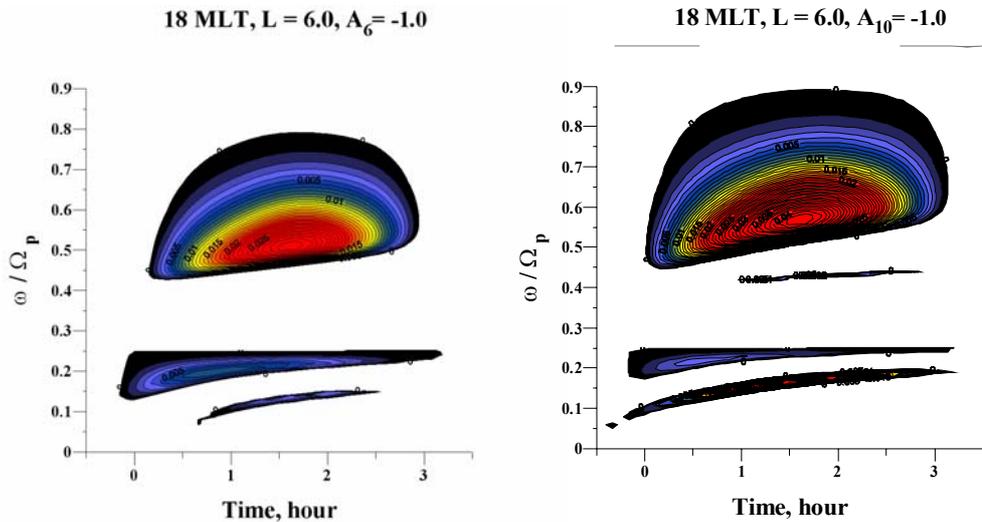
**Рис. 2** Примеры расчетов инкремента УНЧ волн на геомагнитном экваторе в стационарном случае, при отсутствии суббуревой инжекции. Расчеты проведены для случая, когда потоки фоновых энергичных протонов описываются полиномом Лежандра 6 (слева) и 10 (справа) степени. В обоих случаях коэффициент  $A_n = -1$  (для полиномов степени  $2 + 4k$  положительному градиенту при больших питч-углах соответствует значение  $A_n < 0$ ).

При положительном градиенте фоновых потоков вблизи поперечных питч-углов будет происходить генерация пульсаций Pc1 выше экваториальной гирочастоты гелия. Чем резче градиент и ближе к  $90^\circ$  (выше степень полинома  $n$ ), тем выше частота генерации. Поведение потоков на малых питч-углах (вблизи конуса потерь) несущественно. Например, для полиномов 4 и 8 степеней (вообще говоря, для степеней кратных четырем) потоки даже возрастают с уменьшением  $\alpha$  на малых питч-углах. При большой степени полинома, когда на функции распределения по питч-углам есть несколько участков положительного градиента, становится возможной одновременная генерация в нескольких частотных интервалах.

### Генерация колебаний убывающего периода

Исследуем генерацию КУП в случае немонотонного по питч-углам распределения энергичных протонов в области суббуревой инжекции. На Рис. 3 показан пример расчетов локального инкремента на геомагнитном экваторе на фиксированной долготе в зависимости от времени, то есть, в процессе прохождения дрейфующего облака протонов над точкой регистрации. При расчетах для простоты предполагалось, что

фоновые потоки энергичных протонов изотропны по питч-углам, а инжектированные частицы в области суббуревой инжекции немонотонны и описываются полиномами Лежандра 6 и 10 степени. Из-за питч-угловой изотропности фоновых потоков отсутствует генерация стационарных пульсаций Pc1, видна только генерация КУП.



**Рис. 3** Примеры расчетов инкремента КУП на геомагнитном экваторе в вечернем секторе, на 18 MLT, и на  $L = 6$ . Фоновые потоки предполагаются изотропными по питч-углам, а распределения потоков в области суббуревой инжекции описываются полиномами Лежандра 6 (слева) и 10 (справа) степени. В обоих случаях коэффициент  $A_n = -1$ .

При положительном градиенте инжектированных протонов вблизи поперечных питч-углов становится возможной генерация КУП на частотах выше экваториальной гирочастоты гелия. Для немонотонных питч-угловых распределений потоков инжектированных протонов, имеющих несколько максимумов на разных питч-углах, типична генерация КУП в различных частотных диапазонах. В каждом диапазоне, соответствующем своей области положительного градиента на питч-угловом распределении, частота пульсаций будет возрастать со временем.

Различное соотношение между питч-угловыми распределениями фоновых и дрейфующих энергичных протонов может приводить к разной картине генерации УНЧ волн. Возможна совместная генерация пульсаций Pc1 и КУП, возможна генерация только КУП, без Pc1, а возможна и генерация только пульсаций Pc1, без КУП, причем в этом случае инжектированные суббуревые протоны будут подавлять генерацию Pc1. То есть, во время прохождения облака дрейфующих энергичных протонов будет наблюдаться провал в генерации Pc1.

## Вывод

Генерация КУП и Pc1 на частотах выше экваториальной гирочастоты гелия оказывается возможной при наличии градиента на питч-угловом распределении вблизи поперечных к геомагнитному полю питч-углов.

Работа частично поддержана РФФИ (проекты 11-02-00397 и 12-05-01030) и Программой №22 «Фундаментальные проблемы исследования и освоения Солнечной системы».

## Список литературы

- Любчик А.А., Генерация колебаний убывающего периода облаком дрейфующих частиц. Physics of Auroral Phenomena, Proceedings of the 35<sup>th</sup> Annual Seminar, Apatity, pp.79-82, 2012.
- Cornilleau-Wehrlin N., Solomon J., Korth A., Kremser G., Experimental study of the relationship between energetic electrons and ELF waves observed on board GEOS: A support to quasi-linear theory. J. Geophys. Res., V.90, P.4141-4154, 1985.
- Hamlin D.A., Karplus R., Vik R.C., Watson K.M., Mirror and azimuthal drift frequencies for geomagnetically trapped particles. J. Geophys. Res., V.66, P.1-5, 1961.
- Kennel C.F., Petschek H.E., Limit on stably trapped particle fluxes. J. Geophys. Res., V.71, No.1, P.1-28, 1966.
- Milillo A., Orsini S., Daglis I.A., Empirical model of proton fluxes in the equatorial inner magnetosphere: Development. J. Geophys. Res., V.106, No.A11, P.25713-25730, 2001.
- Moldwin M.B., Howard J., Sanny J., Bocchicchio J.D., Rassoul H.K., Anderson R.R., Plasmaspheric plumes: CRRES observations of enhanced density beyond the plasmopause. J. Geophys. Res., V.109, No.A5, CiteID A05202, 2004.
- Sheeley B.W., Moldwin M.B., Rassoul H.K., Anderson R.R., An empirical plasmasphere and trough density model: CRRES observations. J. Geophys. Res., V.106, No.A11, P.25631-25642, 2001.