

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКА ВЕКТОРА ПОЙТИНГА НАД ДУГОЙ СИЯНИЯ

М.А. Волков (Мурманский Государственный Технический Университет, ул. Спортивная 13, Мурманск, 183010, e-mail: volkovma@mstu.edu.ru)

**Аннотация.** В работе получено решение для электрического поля в дуге полярного сияния, согласованное с токами, втекающими и вытекающими из дуги. Токи, втекающие и вытекающие из дуги, задавались модельно тогда, как токи поперек дуги рассчитывались с учетом процессов ионизации и рекомбинации в ионосфере. Вектор Пойтинга над дугой сияния может быть представлен суммой двух слагаемых, каждое из которых определяет плотность потока энергии электромагнитного поля определенной поляризации, в этих потоках электрическое поле ориентировано поперек или вдоль дуги. Вектор Пойтинга с поперечной поляризацией электрического поля может быть направлен из дуги сияния в магнитосферу и быть порядка нескольких мВт/м<sup>2</sup>. Вектор Пойтинга продольной поляризации над дугой сияния всегда направлен в ионосферу и достигает 20 мВт/м<sup>2</sup>.

### Введение

Вопрос об ионосферных или магнитосферных механизмах генерации дуги полярного сияния до сих пор остается открытым. Энергия в дугу сияния может поступать как в корпускулярной форме, так и в электромагнитной. Возможны также переходы из одной формы энергии в другую. В ряде работ рассмотрена ситуация, когда поток электромагнитной энергии направлен из дуги сияния в магнитосферу [Atkinson, 1970; Sato and Holzer, 1973; Леонтьев и Ляцкий, 1982; Haerendel, 2008]. Поток энергии из дуги может возвращаться обратно, отразившись от сопряженной ионосферы [Sato and Holzer, 1973] или от области дивергенции поперечного тока в магнитосфере [Леонтьев и Ляцкий, 1982; Haerendel, 2008]. Прямые измерения потоков электромагнитной энергии над дугами дают противоречивые результаты, т.к. измеряется мгновенное, сильно флуктуирующее значение вектора Пойтинга. Выделение же постоянной составляющей этого вектора затруднено коротким временным промежутком наблюдений из-за малых поперечных размеров дуги сияния [Marghita et al., 2009]. В настоящей работе приведены модельные расчеты электрического поля и токов поперек дуги полярного сияния, на основании этих расчетов построена модель потока вектора Пойтинга над дугой сияния. Входными параметрами модели являются токи, втекающие и вытекающие из дуги сияния. При расчете концентрации плазмы в дуге учитываются процессы ионизации, рекомбинации и переноса. Источник ионизации в дуге сияния моделируется вытекающим из дуги током.

### Система основных уравнений

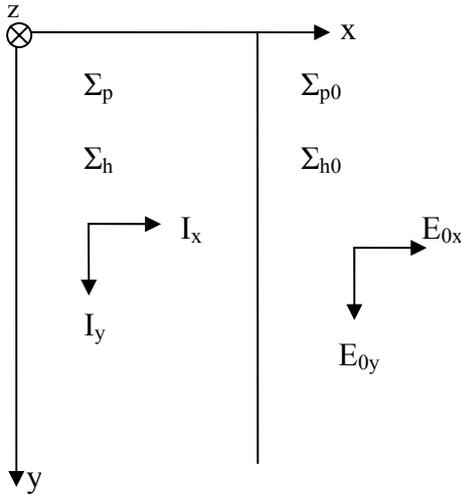
Уравнение непрерывности для электронов с учетом процессов ионизации и рекомбинации имеет следующий вид:

$$\partial n/\partial t + \text{div}(nv) = \alpha(j_{\parallel}^2) - r(n^2 - n_0^2), \quad (1)$$

где  $n, v$  - концентрация и скорость электронов,  $n_0$  - фоновое значение концентрации,  $r$  - коэффициент рекомбинации (квадратичный закон рекомбинации выполняется для высот  $E$  слоя),  $\alpha(j_{\parallel}^2)$  - мощность ионизации, зависящая от плотности продольного тока  $j_{\parallel}$ ,  $\alpha=0$  для втекающего тока. Квадратичную зависимость мощности ионизации от вытекающего тока можно обосновать следующим образом. Поток высыпавшихся электронов пропорционален  $j_{\parallel}$ . Средняя энергия, высыпавшихся в дугу электронов, пропорциональна ускоряющей разности потенциалов между ионосферой и магнитосферой, которую можно считать также пропорциональной току. Тогда поток энергии электронов или мощность ионизации  $\sim j_{\parallel}^2$ . Полный ток  $\mathbf{j}$  вдоль и поперек магнитного поля в ионосфере удовлетворяет уравнению непрерывности:

$$\text{div} \mathbf{j} = 0, \quad (2)$$

Используем прямоугольную систему координат, ось  $y$  направим на восток, ось  $x$  к полюсу, ось  $z$  вниз, вдоль магнитного поля (северное полушарие). Дуга сияния вытянута вдоль оси  $y$  рис. 1.



**Рис. 1**  $E_{0y}$ ,  $E_{0x}$  – электрическое поле крупномасштабной ионосферной конвекции.  $\Sigma_{p0}$ ,  $\Sigma_{h0}$ ,  $\Sigma_p$ ,  $\Sigma_h$  – проинтегрированные по высоте ионосферы проводимости Педерсена (p) и Холла (h) вне дуги (индекс 0) и внутри дуги.  $I_{x,y}$  – интегральный ионосферный ток в дуге сияния.

В дуге сияния будем считать выполненным условие  $\partial/\partial y=0$ . На высоте  $E$  слоя частоты столкновения ионов с нейтральными частицами  $v_{in} \gg \omega_i$  -ионной гирочастоты, для электронов это соотношение обратное  $v_{en} \ll \omega_e$ , тогда основной вклад в  $\Sigma_p$  дают ионы, а в проводимость  $\Sigma_h$  электроны. Электроны движутся поперек магнитных силовых линий со скоростью электрического дрейфа  $v=E/B$  ( $B$ -магнитная индукция в ионосфере). Вдоль магнитных силовых линий движение электронов переносит продольный ток в дугу или из дуги сияния. Амбиполярной диффузией электронов и ионов вдоль магнитных силовых линий пренебрегаем, в этом случае движение ионов будет направлено только поперек магнитных силовых линий. Проинтегрировав уравнения (1-2) вдоль магнитного поля по высоте ионосферы получим уравнения, зависящие только от координаты  $x$  и времени  $t$ :

$$\partial N/\partial t + E_{0y}/B \partial N/\partial x = \alpha(j_z^2)h + j_z/e - r(N^2 - N_0^2)/h, \quad (3)$$

$$E_x \Sigma_p = I_z(x) + (\Sigma_h - \Sigma_{h0})E_{0y} + \Sigma_{p0}E_{0x}, \quad (4)$$

где  $I_z = \int_0^x j_z dz$  – ток, втекающий в дугу,  $N = \int_0^h n dz$ , – проинтегрированная по высоте ионосферы

концентрация электронов,  $h$  – высота ионосферы,  $e$ -элементарный заряд,  $\Sigma_{p,h} = \int_0^h \sigma_{p,h}(z) dz$ .

Будем считать, что:  $N^2 \approx \frac{1}{h} \int_0^h n^2 dz$ .

В  $E$  слое проводимости  $\sigma_{p,h}$  зависят не только от концентрации  $n$ , но и от отношения  $v_{in}/\omega_i$ , проводимость  $\sigma_h$  зависит практически только от  $n$ , и пропорциональна  $n$ . Интегральная проводимость  $\Sigma_h \approx eN/B$ , в дугах сияний  $\Sigma_h$  в 3÷4 превышает  $\Sigma_p$ , примем  $\Sigma_h/\Sigma_p=3$ . Значения других параметров зададим следующими:  $\alpha=10^{-6} \text{ м}^4/\text{А}^2$ ,  $r=2 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $N_0=10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $E_{0y}=-10^{-2} \text{ В/м}$  (поле направлено к западу),  $E_{0x}=0$ , поперечные размеры дуги сияния 30 км.

### Распределение концентрации и электрического поля поперек дуги

На рис. 2(b,c) приведены результаты расчетов относительной интегральной концентрации  $N/N_0$  и поперечного электрического поля  $E_x/E_{0y}$  для заданного распределения продольного тока  $j_z$  ( $\text{А/км}^2$ ) (a). В центре дуги электрическое поле отрицательно и направлено против тока, текущего поперек дуги ( $I_x > 0$ ).

### Поток электромагнитной энергии над дугой сияния

Определим величину удельных джоулевых потерь в дуге полярного сияния  $q$ :

$$q = (\mathbf{I} \mathbf{E}),$$

где  $\mathbf{I} = (E_x \Sigma_p - \Sigma_h E_{0y}) \mathbf{e}_x + (\Sigma_p E_{0y} + \Sigma_h E_x) \mathbf{e}_y$ ,

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + E_{0y} \mathbf{e}_y,$$

$\mathbf{e}_{x,y}$  - единичные вектора, направленные вдоль осей  $x$  и  $y$ ,

$$q = \sum_p (E_x^2 + E_{0y}^2). \quad (5)$$

Поток электромагнитной энергии:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}],$$

Напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$  определяется магнитным полем продольного тока  $j_z$  и полем ионосферного тока  $\mathbf{I}$ . В случае однородной ионосферы магнитные поля, создаваемые продольным током и током Педерсена  $I_p$  одинаковы над токовым слоем (ионосфера) и одинаковы по величине, но противоположны по направлению под ним. Результирующее магнитное поле токов  $j_z$  и  $I_p$  ниже ионосферы будет равно нулю. Напряженность магнитного поля над ионосферой тогда можно записать следующим образом:

$$\mathbf{H} = [e_z, I_p + \mathbf{I}/2],$$

С учетом этого выражение для  $\mathbf{P}$  примет следующий вид:

$$\mathbf{P} = \sum_p (E_x^2 + E_{0y}^2) \mathbf{e}_z,$$

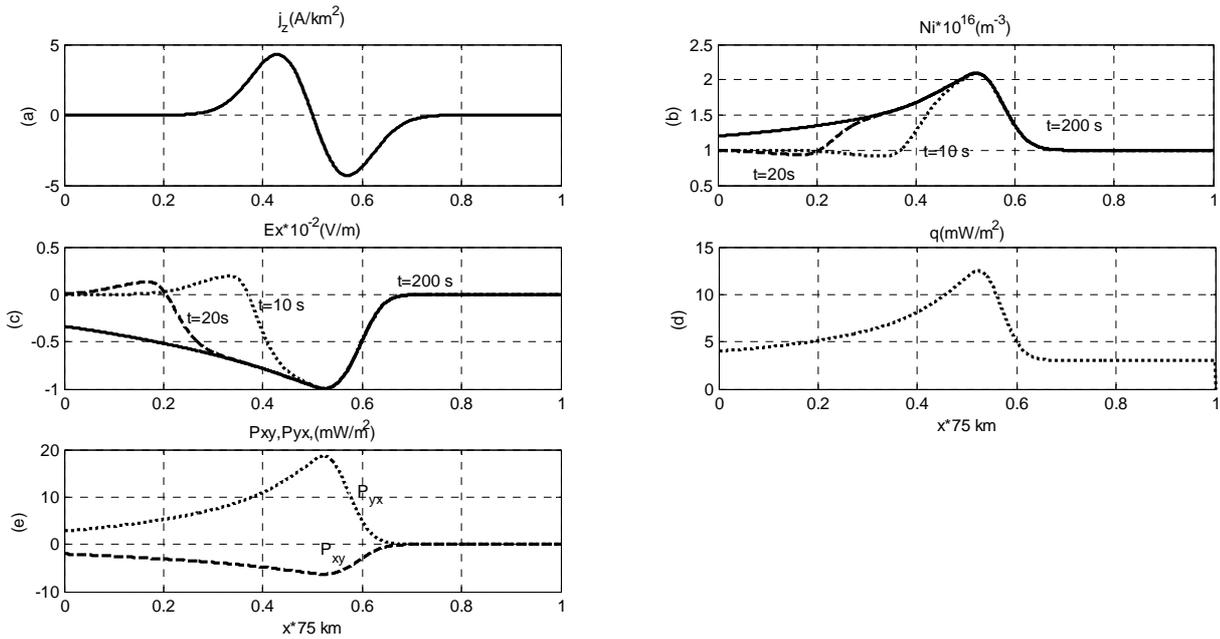
это выражение совпадает с удельными потерями электромагнитной энергии в ионосфере для  $q$  (5).

Перепишем выражение для  $\mathbf{P}$  несколько другим образом:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{xy} + \mathbf{P}_{yx}, \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{xy} = E_x H_y \mathbf{e}_z = (\sum_p E_x^2 - \sum_h E_{0y} E_x / 2) \mathbf{e}_z \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{yx} = -E_{0y} H_x \mathbf{e}_z = (\sum_p E_{0y}^2 + \sum_h E_{0y} E_x / 2) \mathbf{e}_z \quad (8)$$



**Рис. 2** (а) модельное распределение продольного тока над дугой сияния, (б) расчетное распределение интегральной концентрации  $N$  над дугой сияния в разные моменты времени, характерное время установления стационарного решения 100 с, (в) расчетные значения электрического поля поперек дуги сияния в разные моменты времени, (д) удельные джоулевые потери  $q$  над дугой сияния, (е) составляющие вектора Пойтинга над дугой сияния,  $P_{xy}$ -с поперечной поляризацией электрического поля,  $P_{yx}$ - с продольной поляризацией электрического поля.

Каждое слагаемое  $\mathbf{P}_{xy}$  и  $\mathbf{P}_{yx}$  в (6) представляет собой плотность потока электромагнитной энергии с определенной поляризацией электрического и магнитного полей.  $P_{xy}$  - плотность потока, в котором электрическое поле направлено поперек дуги.  $P_{yx}$  – поток с электрическим полем, направленным вдоль дуги. На рис.2(d,e) приведены рассчитанные значения  $q$ ,  $P_{xy}$  и  $P_{yx}$  над дугой сияния. В рассматриваемом случае

$P_{xy} < 0$ , поток с поперечным электрическим полем направлен из дуги в магнитосферу,  $P_{xy} > 0$ , поток с продольным электрическим полем направлен в дугу из магнитосферы. Из выражений (7-8) также следует, что поток из ионосферы над дугой не может быть больше потока из магнитосферы, следовательно генератор дуги должен находиться в магнитосфере. С другой стороны существование потока энергии электромагнитного поля другой поляризации в магнитосферу говорит о том, что ионосферу нельзя рассматривать как простую нагрузку магнитосферного генератора, этот поток, возможно, играет значительную роль в механизмах генерации дуг сияний. Наличие потока электромагнитной энергии из дуги является также причиной неоднозначности в определении направления потоков электромагнитной энергии над дугами сияний в экспериментальных данных. По измерениям электрического и магнитного полей с масштабами от нескольких км. до нескольких сотен км. на ионосферном уровне со спутника Dynamics Explorer 2 потоки вектора Пойтинга из ионосферы наблюдаются в 5% случаев [Golovchanskaya and Maltsev, 2004]. В тоже время не все рассмотренные в этой работе события можно отнести к дугам полярных сияний. Выражения (7-8) являются точными только для однородной ионосферы, в неоднородном случае множитель перед вторыми слагаемыми в (7-8) станет другим, но скорее всего, изменится незначительно, т.е. картина распределения потоков сохранится.

## Выводы

Вектор Пойтинга над дугой сияния может быть представлен суммой двух слагаемых, каждое из которых определяет плотность потока энергии электромагнитного поля определенной поляризации, в этих потоках электрическое поле ориентировано поперек или вдоль дуги.

Электрическое поле поперек дуги полярного сияния может быть направлено противоположно поперечному электрическому току. В этом случае вектор Пойтинга с поперечной поляризацией электрического поля направлен из дуги сияния в магнитосферу.

Полный вектор Пойтинга всегда направлен в дугу из магнитосферы и равен удельным Джоулевым потерям. Величина вектора Пойтинга продольной поляризации над дугой сияния достигает  $20 \text{ мВт/м}^2$ , поперечной несколько  $\text{мВт/м}^2$ .

## Список литературы

- Atkinson, G. (1970), Auroral arcs: Result of the interaction of a dynamic magnetosphere with the ionosphere, *J. Geophys. Res.*, 75, 4746–4755, doi:10.1029/JA075i025p04746.
- Golovchanskaya, I.V., Y.P. Maltsev (2004), On the direction of the Poynting flux related to the mesoscale electromagnetic turbulence at high latitudes, *J. Geophys. Res.*, 109, A10203, doi:10.1029/2004JA010432.
- Haerendel G. Auroral arcs as current transformers, *J. Geophys. Res.*, vol. 113, A07205, doi:10.1029/2007JA012947, 2008.
- Marghitu O., T. Karlsson, B. Klecker, G. Haerendel, and J. McFadden Auroral arc and oval electrodynamic in the Harang region, *J. Geophys. Res.*, vol. 114, A03214, doi:10.1029/2008JA013630, 2009.
- Sato T., Holzer T.E. Quiet auroral arcs and electrodynamic coupling between the ionosphere and the magnetosphere – *J. Geophys. Res.*, 1973, vol. 78, N 7, p. 7314–7329.
- Леонтьев С.В., Ляцкий В.Б. Генерация дуги полярного сияния.- *Геомагнетизм и аэронавигация*, 1982, т. 22, №2, с.318-323.